

UNA RUTA MATEMÁTICA POR CIUDAD REAL. ACTIVIDADES PARA EL PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

A MATHEMATICAL TOUR AROUND CIUDAD REAL. ACTIVITIES FOR THE FIRST CYCLE OF SECONDARY EDUCATION

50

JOSÉ LUIS GONZÁLEZ FERNÁNDEZ
UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

jluis.gonzalez@uclm.es

MARÍA VICTORIA BORJA MORALEDA
UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

Victoria.Borja@alu.uclm.es

JOSÉ ÁNGEL BÓRNEZ GARCÍA
UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

JoseAngel.Bornez@alu.uclm.es

LUIS MIGUEL CALDERÓN PASCUAL-MUERTE
UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

LuisMiguel.Calderon1@alu.uclm.es

DAVID MOLINA GARCÍA
UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

David.Molina@uclm.es

JOSÉ ANTONIO NÚÑEZ LÓPEZ
UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

JoseAntonio.Nunez@uclm.es

RESUMEN

En el presente artículo se presentan las actividades correspondientes a una Ruta Matemática elaborada con la ayuda de la aplicación Mathcitymap. Estas actividades forman parte de un proyecto desarrollado por un grupo de alumnos del Máster Universitario en Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (Especialidad: Matemáticas). El objetivo principal fue mostrar al alumnado la presencia de las Matemáticas en la vida cotidiana, para conseguir “sacarlas” del aula. A lo largo de un recorrido por las calles de Ciudad Real, conseguiremos que los alumnos hagan uso de sus conocimientos matemáticos, además de integrarlos y relacionarlos con otras disciplinas. Es decir, no solo se van a trabajar las Matemáticas, sino que a lo largo de la ruta van a poder aprender Historia, Arte o Geografía, entre otras.

PALABRAS CLAVE

Matemáticas, Educación Secundaria, Contextualización.

ABSTRACT

In the present article we show the activities corresponding to a mathematical tour made with the help of the Mathcitymap application. These activities are part of a project developed by a group of students of the University Master in Secondary and Baccalaureate Education, Vocational Training and Language Teaching (Speciality: Mathematics). Their main goal was to show students the presence of Maths in the daily life, to get to 'remove them' from the classroom. Along a walk through the streets of Ciudad Real, we will get students to use their Maths knowledge, apart from including and relate them with other disciplines. That is to say, they aren't only going to work with Maths, but also along this tour, they will be able to learn History, Art or Geography, among others.

KEYWORDS

Mathematics, Secondary Education, Contextualization.

1. INTRODUCCIÓN

Siempre que hablamos de Matemáticas, ya sea en Educación Primaria o Secundaria, lo solemos hacer teniendo en cuenta los contenidos que nos marca el currículo y, últimamente, las competencias. Sin embargo, a la hora de impartir docencia, muchos de los profesores, siguen textos o elaboran sus propios manuales en los que siempre suelen aparecer el mismo tipo de actividades.

Si analizamos estas actividades a lo largo de los años, en muchos casos, lo único que se ha hecho es cambiar el enunciado para que parezca que están actualizadas, aunque en el fondo, siguen siendo actividades descontextualizadas. La mayoría de ellas, suelen ser ejercicios en los que priman los cálculos, cálculos que se vienen repitiendo un año tras otro y que, acaban cansando y aburriendo al alumnado. Esto hace que sea casi imposible "sacarlas fuera del aula" y, por supuesto, contrasta con lo que se nos dice de las Matemáticas en la legislación vigente

Las Matemáticas son una creación intelectual del hombre que nos ayuda a interpretar el mundo que nos rodea, reflejan la capacidad creativa, expresan con precisión conceptos y argumentos, favorecen la capacidad para aprender a aprender y contienen elementos de gran belleza. Sin olvidar además el carácter instrumental que las Matemáticas tienen como base fundamental para la adquisición de nuevos conocimientos en otras disciplinas, especialmente en el proceso científico y tecnológico y como fuerza conductora en el desarrollo de la cultura y las civilizaciones (DECRETO 40/2015, 19097).

Tampoco favorecen el eje vertebrador de todos los aprendizajes matemáticos: la resolución de problemas. Una resolución de problemas que debe estar articulada dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de todos los bloques de contenido del área como se recuerda en el DECRETO 40/2015 “La resolución de problemas y los proyectos de investigación constituyen ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas” (19097).

Estos factores, y muchos otros, consiguen que se genere un rechazo hacia su estudio, produciendo una desmotivación que puede afectar al aprendizaje que se espera conseguir del alumnado. Es por ello por lo que el desarrollo de nuevas estrategias que promuevan la motivación y el aprendizaje de las Matemáticas se hace imprescindible para conseguir un aprendizaje óptimo (Flores Alejandro, 2013). De entre ellas, podemos destacar el uso de aplicaciones de teléfonos móviles, dado que en la actualidad su uso y cotidianeidad entre los adolescentes está totalmente extendido.

Algunos trabajos anteriores como el de Zhang et al. (2015) ya han puesto de manifiesto la inmensa mejora que supone la incorporación de las tecnologías en la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en el alumnado. En este trabajo, se investigó el impacto del uso de aplicaciones móviles basadas en Matemáticas en el aprendizaje de 18 alumnos con una media de edad de 9 años.

Por otro lado, en una extensa revisión que incluye estudios aplicados tanto a escolares como a alumnos universitarios, Drigas et al. (2015) remarcan la motivación que genera el uso complementario de este tipo de tecnologías para el aprendizaje de las Matemáticas.

El objetivo de este estudio es la creación de una ruta matemática con actividades dirigidas al alumnado de primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria usando la aplicación “MATHCITYMAP”. Un paseo o una ruta matemática se puede definir como una actividad para entender las propiedades matemáticas de cualquier entorno que nos rodea (Jablonski, 2020).

Aunque es cierto que propuestas anteriores han fracasado debido a la baja calidad de las aplicaciones implementadas (Larkin, 2015), las oportunidades y el gran beneficio que brinda la aplicación “MATHCITYMAP” ya han sido puestas de manifiesto anteriormente (Jablonski, 2020; Blanco, 2019).

2. METODOLOGÍA

Esta sección incluye tanto una contextualización de dónde se planea llevar a cabo la propuesta como una descripción detallada de la aplicación “MATHCITYMAP” utilizada.

2.1 CONTEXTUALIZACIÓN

La propuesta diseñada está dirigida a alumnos de primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria, dentro del bloque 3 (Geometría) de contenidos, según lo establecido en el DECRETO 40/2015. Concretamente, las actividades han sido diseñadas en base a los contenidos geométricos que se imparten en un centro de Educación Secundaria de Ciudad Real a lo largo de este primer ciclo, sirviéndonos de elementos arquitectónicos emblemáticos. De esta manera, se pretende consolidar las competencias matemática y digital, al mismo tiempo que se motiva el conocimiento de la historia de la propia ciudad. Así, también se estimula una motivación paralela y transversal en otras materias como Geografía e Historia, Educación Plástica, Visual y Audiovisual, etc.

De manera detallada, se ha planeado aplicar en dos grupos (uno de primer curso y otro de segundo curso), y la metodología a emplear sería la siguiente:

1. Revisión de contenidos en el aula relacionados con los conceptos geométricos necesarios. Concretamente, se dedicarían dos sesiones en primer curso y una en segundo curso a este apartado.
2. Explicación del funcionamiento de la aplicación “MATHCITYMAP”. Se llevaría a cabo por parte del profesor, exponiendo una actividad similar a la diseñada, así como su desarrollo.
3. Puesta en marcha de la actividad. Se llevaría a cabo bajo la supervisión del profesorado responsable y se dividiría a los alumnos en grupos de 4-5 alumnos.

De esta forma, se podrán trabajar los cuatro primeros niveles de razonamiento de Van Hiele (Fuys, Geddes y Tischler, 1988; Jaime y Gutiérrez, 1990) para la Geometría, que los alumnos deben conseguir al terminar la Educación Secundaria Obligatoria. Estos niveles son: visualización, análisis, clasificación y deducción.

2.2. HERRAMIENTA “MATHCITYMAP”

MathCityMap (MCM) es la herramienta principal del proyecto Mobile Math Trails in Europe (MoMaTrE), proyecto Erasmus+ coordinado por la Universidad Goethe de Frankfurt y que tiene como miembros principales a la FESPM (Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas), a la Universidad de Lyon, a la Universidad de Eslovaquia, a un Centro de Educación Superior de Oporto y a una empresa de Berlín especializada en el desarrollo de aplicaciones para móviles.

MathCityMap, según Lázaro (2019, 129)

por un lado, pretende proporcionar recursos a los profesores para que elaboren paseos matemáticos que puedan ser trabajados con sus alumnos. Por otro lado, el proyecto también persigue proporcionar materiales didácticos, sobre paseos matemáticos, que puedan ser de utilidad, tanto en la formación inicial como continua del profesorado de matemáticas.

Con ella, se pueden crear y experimentar itinerarios en los que descubrir y resolver problemas con objetos reales. Estos paseos nos pueden servir para “hacer matemáticas” al aire libre, pudiendo utilizarlos en el contexto escolar para ofrecer una experiencia de la vida real, al margen de los libros de texto. Sin embargo, va a requerir de una buena preparación en el aula.

El proyecto consiste en unir esta actividad al aire libre junto con las numerosas posibilidades que ofrecen los dispositivos móviles actuales. Mediante un teléfono móvil se pueden mostrar mapas, fotos de objetos y nos permite una retroalimentación automática sobre las soluciones que los participantes facilitan como respuesta. Es una aplicación muy sencilla que se puede instalar en iOS y Android.

Es una herramienta que ayudará al profesorado a crear, de una forma sencilla, rutas matemáticas para sus alumnos, así como a elaborar un listado de tareas genéricas que se pueden encontrar en cualquier lugar para ayudar a cualquier usuario.

¿Cómo se puede disponer de una ruta en la App? A continuación, se exponen los pasos necesarios para conseguirla:

1. Se debe crear una cuenta en la página web o en la aplicación, previamente descargada en el dispositivo que vayamos a utilizar.
2. Diseñar las actividades, retos o tareas que vayan a formar parte de esta.
3. Unirlas para crear la ruta.

Para que la ruta sea aceptada, hay que conseguir que el “semáforo de tareas” sea de color verde. Este semáforo informa sobre la calidad técnica de la tarea seleccionada. Únicamente las tareas que cumplan todos los requisitos técnicos son admitidas para su publicación. Estos requisitos son:

- Borra la imagen del objeto
- Una posible solución (texto y/o imagen)

- Al menos dos pistas
- Etiquetas (palabras clave)
- Autor
- Todos los criterios naranja
- Título de la tarea
- Definición de la tarea
- Completa la respuesta
- Borra la posición

Por último, para realizar una de ellas, entramos en la aplicación y al abrirla se pueden buscar por su nombre todas las que están publicadas (en el mundo) y el mapa, en el que se puede ver y descargar la ruta para acceder a las distintas pruebas.

3. LA RUTA

En la actividad propuesta, viajaremos por Ciudad Real, participaremos de un trozo de su historia, recorreremos algunos lugares de interés y descubriremos parte de las Matemáticas que esconden.

Durante este itinerario, nuestros alumnos de 1º y 2º de Educación Secundaria, podrán poner a prueba todo lo aprendido en el aula a lo largo del curso.

3.1. OBJETIVOS

Mediante esta actividad se pretende que el alumnado descubra la presencia de las Matemáticas en nuestra vida cotidiana. De esta forma, comprobarán que no se quedan solo en el aula.

A través de esta ruta, conseguiremos que los alumnos hagan uso de sus conocimientos matemáticos, además de integrarlos y relacionarlos con otras disciplinas. Es decir, no solo se van a trabajar las Matemáticas, sino que a lo largo de la ruta van a poder aprender Historia, Arte o Geografía, entre otras.

Por tanto, los objetivos que se plantean son los siguientes:

- Desmitificar el aburrimiento que produce las matemáticas.

- Mostrar la presencia de las matemáticas en muchos elementos de la vida cotidiana.
- Asimilar y aplicar los contenidos estudiados en clase.
- Integrar varias disciplinas.
- Motivar al alumnado.

Se pretende así despertar la curiosidad de los alumnos y que éstos desarrollen una mirada matemática hacia los elementos que les rodean, que les surjan preguntas, aunque no se tengan respuestas, desde el cálculo del diámetro de una fuente, hasta el estudio de las estructuras piramidales de las naranjas en el mercado, pasando por la forma parabólica que adoptan los chorros de agua de las fuentes.

3.2. CONTENIDOS

Según el DECRETO 40/2015 (18874), se definen los contenidos como “el conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada materia y etapa educativa y a la adquisición de competencias”.

En la materia de Matemáticas, se organizan en torno a cinco bloques, que son:

- Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Bloque 2: Números y Álgebra.
- Bloque 3: Geometría.
- Bloque 4: Funciones.
- Bloque 5: Estadística y Probabilidad.

Con esta actividad se trabajarán algunos de los correspondientes al Bloque 3 (Geometría) de 1º y 2º de Educación Secundaria:

- Elementos básicos de la geometría del plano. Paralelismo y perpendicularidad. Relaciones y propiedades de figuras en el plano. Ángulos y sus relaciones. Construcciones geométricas sencillas: rectas y puntos notables del triángulo. Propiedades. Polígonos. Elementos y propiedades.
- Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones.
- Medida y cálculo de ángulos de figuras planas.

- Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples. Fórmula de Herón. Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares.
- Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones. Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas. Semejanza: Figuras semejantes. Razón de semejanza.

Por último, mencionar que los contenidos del Bloque 1 (Procesos, métodos y actitudes en matemáticas) serán trabajados de forma transversal a lo largo de toda la actividad.

3.3. PROCESO DE CREACIÓN

Las distintas fases que se llevaron a cabo para su creación fueron las siguientes:

1. Búsqueda de retos matemáticos interesantes e interdisciplinares.
2. Elaboración de problemas a través que se ajusten a los contenidos seleccionados.
3. Diseño de pistas que sirvan como ayuda para la resolución de los retos.
4. Organización de la ruta de una forma coherente, con un correcto ajuste del tiempo.
5. Aporte de una solución, a cada una de las actividades, para que los alumnos puedan comprobar, en tiempo real, sus resultados.

3.4. ACTIVIDADES

Antes de empezar el recorrido, los estudiantes, recibirán información sobre los lugares que visitarán. En nuestro caso, la Puerta de Toledo, la Fuente de “La Talaverana” del Parque de Gasset y la Muralla.

En segundo lugar, serán instruidos en el funcionamiento de la aplicación MathCityMap, algo que no llevará mucho tiempo, debido a la sencillez de la herramienta y al dominio de los dispositivos móviles que tiene el alumnado.

En tercer lugar, se revisará que todo el alumnado lleve el material necesario: cuaderno de campo, móvil, metro cuerdas y tizas (se podría pedir al centro que nos facilitase parte del mismo).

Por último, se les mostrará cómo deben trabajar con el cuaderno de campo y se les informará de los aspectos que se tendrán en cuenta a la hora de realizar la evaluación.

Comencemos con las actividades...

58

ACTIVIDAD 1: La Puerta de Toledo¹

Calcula el área del arco ojival (en verde) de la Puerta de Toledo, sabiendo que la altura de dicho arco es de 9 metros.



Imagen 1. Puerta de Toledo

CONTENIDOS:

- Teorema de Pitágoras.
- Área de un rectángulo.
- Área de un sector circular.
- Área de un triángulo.

SOLUCIÓN:

Para obtener el área total hay que obtener el área del rectángulo azul y sumársela a la mitad del área que resulta de la intersección de los dos círculos. Puede sernos de utilidad el Gráfico 1.

¹La actividad completa se puede encontrar en la web <https://mathcitymap.eu/es/portal-es/#!/trail/032163/task/6811586?tab=0>

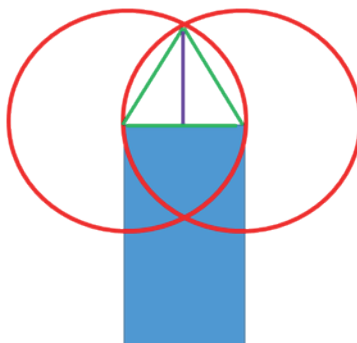


Gráfico 1. Descomposición del arco ojival

Realizaremos los siguientes cálculos:

1. Sabiendo que el triángulo verde es equilátero (sus lados son radios de los círculos rojos), aplicamos el Teorema de Pitágoras para calcular la altura () y el lado de dicho triángulo (4 m).
2. De los datos anteriores podemos obtener el área del rectángulo azul: .
3. La mitad del área que resulta de la intersección de los dos círculos coincide con el área del triángulo (más la de cada uno de los segmentos circulares².
4. El área del arco ojival será $(36-8\sqrt{3})+(16/3\pi-8\sqrt{3}+4\sqrt{3})=36-12\sqrt{3}+16/3\pi\approx 31.97 \text{ m}^2$.

ACTIVIDAD 2: Fuente de “La Talaverana”³

Ahora damos un paso más... debes calcular el área de la fuente.

En este problema debemos tener cuidado, puesto que existen varias posibilidades y con distinto nivel de dificultad. ¿Queremos el área incluyendo la zona ajardinada? ¿Queremos el área solo de la fuente? El profesor decide la pregunta y facilita los datos necesarios para que pueda ser resuelta.

Señalar que cabe la posibilidad de adaptarlo a cursos superiores sin necesidad de proporcionar ninguna pista a los alumnos.

² Área del segmento circular = Área del sector circular – Área de la zona triangular ($A=r^2/2 \cdot \alpha-b \cdot h/2$)

³La actividad completa se puede encontrar en la web <https://mathcitymap.eu/es/portal-es/#/!trail/032163/task/4511798?tab=0>



Imagen 2. Fuente de “La Talaverana”

CONTENIDOS:

- Teorema de Pitágoras.
- Área de un polígono regular.
- Escalas.
- Paralelismo.

SOLUCIÓN:

Para obtener el área, basta saber cuál es la medida del lado de la fuente. Se utilizarán dos cuerdas y se trasladarán a la verja, utilizando paralelismo.

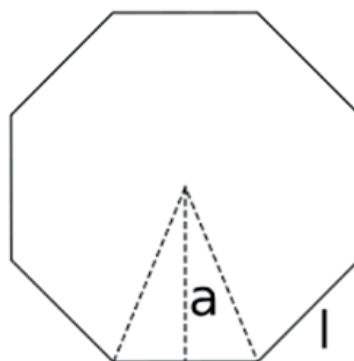


Gráfico 2. Dibujo plano de la fuente

Realizaremos los siguientes cálculos:

Mediremos uno de los lados

1. Si el ejercicio es para 2º ESO (este es el curso al que va dirigido), se facilitará la distancia entre el vértice y el centro del octógono.
 - a. Se aplicaría el Teorema de Pitágoras para calcular la apotema y, usando la fórmula del área de polígonos regulares⁴, se obtendría el resultado
2. Si lo decidimos usar en cursos superiores, no es necesaria dicha distancia.
 - a. En esta caso, el cálculo de la apotema se haría utilizando trigonometría.

ACTIVIDAD 3: La reja⁵

Calcula el área encerrada por la figura, sabiendo que los lados son arcos de circunferencia. Expresa el área en cm^2 y utiliza $\pi = 3.1416$.



Imagen 3. Reja Calle Quevedo

CONTENIDOS:

- Área del cuadrado.
- Área del círculo.
- Área del sector circular.

SOLUCIÓN:

Para calcular el área de la figura, calculamos el área del cuadrado azul y le restamos los 4 sectores circulares, es decir, le restamos el área del círculo verde.

⁴ $A = P \cdot ap / 2$

⁵ La actividad completa se puede encontrar en la web <https://mathcitymap.eu/es/portal-es/#!/trail/032163/task/5211662?tab=0>

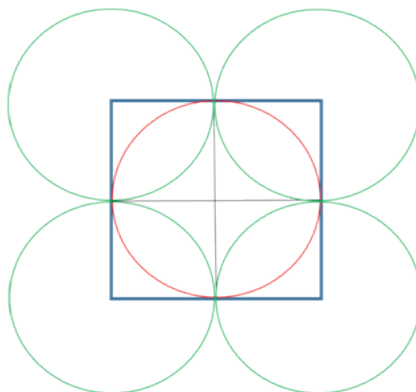


Gráfico 3. Figura explicativa

Realizaremos los siguientes cálculos:

1. Midiendo el lado del cuadrado, obtenemos que su longitud es de 22 cm, por tanto, $A = 22^2 = 484 \text{ cm}^2$.
2. El área del círculo es $\pi \cdot 11^2 = 121\pi \text{ cm}^2$.
3. El área buscada es $A_{\text{cuadrado}} - A_{\text{círculo}} = 484 - 121\pi \approx 103.87 \text{ cm}^2$

ACTIVIDAD 4: La fuente del Parque Gasset⁶

Calcula el volumen de agua que tiene la corona circular de la fuente si el diámetro de la circunferencia menor es de 4 m y el de la circunferencia grande es de 9.50 m. Expresa el resultado en litros y utiliza $\pi = 3.1416$.



Imagen 4. Fuente del Parque Gasset

⁶La actividad completa se puede encontrar en la web <https://mathcitymap.eu/es/portal-es/#/!trail/032163/task/3511704?tab=0>

CONTENIDOS:

- Área de una corona circular.
- Volumen de un cilindro.

SOLUCIÓN:

Para calcular el volumen de la corona circular, utilizaremos la fórmula , donde R es el radio de la circunferencia mayor, r el de la menor y h la altura del bordillo exterior de la fuente.

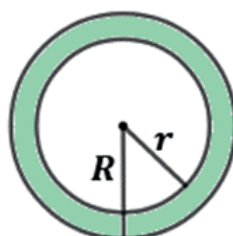


Gráfico 4. Corona circular

Realizaremos los siguientes cálculos:

1. Medimos la altura del bordillo, obteniendo $45 \text{ cm} = 0.45 \text{ m}$
2. Tomando $R = 9.5/2 = 4.75 \text{ m}$ y $r = 4/2 = 2 \text{ m}$, tenemos que $V = \pi \cdot h \cdot (R^2 - r^2) = 3.1416 \cdot 0.45 \cdot (4.75^2 - 2^2) = 26.242 \text{ m}^3$
3. S
4. Sabiendo que $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litros}$, obtenemos que el volumen es 26242 litros.

ACTIVIDAD 5: La Muralla⁷

Calcula la altura y área aproximada de la muralla.

⁷Actividad pendiente de aprobación por parte de MathCityMap



Imagen 5. Muralla

CONTENIDOS:

- Teorema de Tales.
- Área del rectángulo.

INDICACIONES⁸:

Realizaremos los siguientes cálculos:

1. Aplicamos el Teorema de Tales para conocer la altura (A), para lo cual, cada alumno debe medir su sombra (s), la de la Muralla (S) y utilizar su estatura (a).
Entonces $A/S = a/s \leftrightarrow A = (a \cdot S)/s$
2. Utilizamos una cinta métrica para medir la base de la Muralla.
3. Calculamos el área, multiplicando la base por la alturas obtenidas.

4. EVALUACIÓN

La evaluación se llevará a cabo durante y al finalizar la ruta, contando como herramienta fundamental con el cuaderno de campo, donde los estudiantes deberán incluir todo lo acontecido en el transcurso de la misma. Se evaluarán los siguientes aspectos:

- Número de cuestiones planteadas.
- Cuestiones correctas.
- Retos resueltos.

⁸En esta actividad sólo aparecen indicaciones debido a que falta la aprobación por parte de Math-CityMap

- Intentos efectuados para resolver el reto.
- Lenguaje formal.
- Dibujos.
- Esquemas.
- Conclusiones.
- Reflexiones.
- Aportaciones y cambios en las actividades.

También se tendrá en cuenta la participación y el comportamiento de los alumnos durante la actividad.

5. CONCLUSIÓN

Con la ruta matemática por Ciudad Real se pretende obtener una motivación extra en la materia de Matemáticas, consolidando los conceptos impartidos en el bloque de Geometría del Primer Ciclo de Educación Secundaria, al mismo tiempo que se relacionan de manera transversal con otras disciplinas. Además, el hecho de que se desarrolle fuera del aula supone un cambio metodológico que incentiva la participación, el trabajo en grupo y la autonomía e iniciativa personal en el alumnado.

Por otro lado, mediante la aplicación de conocimientos geométricos, y utilizando como eje vertebrador la resolución de problemas planteados en contextos reales, se conseguirá que el alumnado fomente el interés por el aprendizaje de las Matemáticas.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, R. y Soguero, C. (2011). El territorio como recurso didáctico: rutas matemáticas. *Xiloca*, 39, 199-212.
- Blanco J.C., Lázaro C. & Recio T. (2019). El proyecto MoMaTrE: Paseos matemáticos con móvil por Europa. *Boletín informativo de la SMPC (Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria)*, 19.
- Burger, W. y Shaughnessy, J. (1986). Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48. doi:10.2307/749317.
- Corbalán, F. (2007). Rutas matemáticas por nuestra localidad. *Sigma*, 30, 105-116.

Decreto 40/2015, de 15 de junio, por el que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Castilla-La Mancha.

Drigas, A y Pappas, M. (2015). A Review of Mobile Learning Applications for Mathematics. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM)*, 9, 18-23. doi: 10.3991/ijim.v9i3.4420.

Farias, D. y Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las matemáticas y la Administración. *Formación Universitaria*, 3(6): 33-40. doi: 10.4067/S0718-50062010000600005

Flores Alejandro M. (2013). Estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en los niños y niñas de nivel primaria. *Perspectivas docentes*, 52. doi: 10.19136/pd.a0n52.228

Fuys, D., Geddes, D. y Tischler, R. (1988). The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents (Journal for Research in Mathematics Education monograph 3). Reston, EE. UU.: NCTM. Doi:10.2307/749957

Jablonski, Simone & Pozo, Claudia & Ludwig, Matthias & Recio, Tomas. (2020). MathCityMap, paseos matemáticos a través de dispositivos móviles. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 87, 1/2020.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. En S. Llinares y M. V. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: Alfar.

Lázaro, C. (2019). Secretaría de Relaciones Internacionales. *Suma*, 91, 129-133.

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Zhang, M., Trussell, R.P., Gallegos, B. et al. (2015). Using Math Apps for Improving Student Learning: An Exploratory Study in an Inclusive Fourth Grade Classroom. *TECHTRENDS TECH TRENDS* 59, 32–39. doi: 10.1007/s11528-015-0837-y

7. REFERENCIAS WEB

<http://formacionib.org/noticias/?Paseos-matematicos-enriquecidos-con-MathCityMap>. [2 de junio de 2020]

<https://mathcitymap.eu/es/> [2 de junio de 2020]